
БИОМЕХАНИЧНІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ У ФІЗИЧНОМУ ВИХОВАННІ ТА СПОРТІ

КОМПЬЮТЕРНЫЙ СИНТЕЗ ТЕХНИКИ СПОРТИВНЫХ УПРАЖНЕНИЙ НА ОСНОВЕ УПРАВЛЕНИЯ КОНЕЧНЫМ СОСТОЯНИЕМ БИОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Валерий Загrevский

Резюме. Мета – розробити комп'ютерну технологію переведення біомеханічної системи із заданого початкового кінематичного у кінцевий стан, якого вимагають просторово-часові параметри. Розроблено комп'ютерну програму функціонування базової математичної моделі рухів багатоланкових біомеханічних систем, що дозволяють в обчислювальному експерименті на ЕОМ отримати траєкторію біосистеми із заданим кінематичним станом на межі фаз вправи.

Ключові слова: синтез рухів, біомеханічна система, програмне керування.

Summary. The aim of the study was to develop computer technology for transition of the biomechanical system from the given initial kinematic state to the final state with required spatial and temporal parameters. There was developed computer program of function of the basic mathematical model of multilink biomechanical system motions that allow to get in computer experiment the trajectory of biological system with the given kinematic state on the exercise stages boundary.

Key words: motion synthesis, biomechanical system, program control.

Постановка проблеми. Анализ последних исследований и публикаций. Современное обучение спортивным упражнениям базируется на принципах структурно-параметрического подхода, который предполагает деление упражнения на составные части (периоды, стадии, фазы) [1–3] и обосновывает возможность увеличения или уменьшения основных параметров биомеханических характеристик с целью построения рациональной техники осваиваемого гимнастического упражнения (параметрическое совершенствование техники). Проблема структурно-параметрического совершенствования двигательного навыка заключается в том, чтобы предварительно в количественной и качественной форме оценить вклад, вносимый параметрическими перестройками фазовой структуры упражнения, в конечный спортивный результат и на этой основе наметить пути совершенствования индивидуальной техники.

Одним из путей решения проблемы обучения спортивным упражнениям является метод имитационного моделирования движений человека на ЭВМ [5, 6, 8, 9]. Ранее выполненные исследования в этом направлении имеют больше декларативный характер, так как реально синте-

зировались двигательные действия, не отвечающие параметрам требуемых свойств. Такой подход позволяет синтезировать лишь какой-то фрагмент упражнения, но не все упражнение в целом. В нашем исследовании предложен подход структурно-параметрической перестройки упражнения, расчленения его на фазовые составляющие и задавая на границе фаз требуемые параметры кинематического состояния биосистемы.

На практике структурное и параметрическое совершенствование техники упражнений совершается эмпирическим методом: методом «проб и ошибок» [4]. В связи с этим, актуальной является проблема предварительного компьютерного прогнозирования результатов структурной и параметрической перестройки техники упражнений, и, следовательно, обоснованного теоретического прогноза направлений в рационализации техники осваиваемого упражнения.

Исследование проводилось в соответствии с программой научно-исследовательской работы УО «Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова» по теме 3.5.1 «Разработка методологии адресной тренировочной нагрузки на основе биомеханического анализа координационных,

скоростных и силовых действий спортсменов и концепции интеллектуального тренажерно-развивающего оборудования и технологий», выполняемой по заданию государственной программы научных исследований Республики Беларусь – ГПНИ «Конвергенция» в период 01.01.2011–31.12.2013 гг.

Цель исследования – разработка компьютерной технологии перевода биомеханической системы из заданного начального кинематического состояния в требуемое по пространственно-временным параметрам конечное.

Методы исследования: рекуррентный метод построения математической модели синтеза движений многозвенных биомеханических систем, математические методы построения адаптивных систем управления программным движением, имитационное моделирование движений человека в вычислительном эксперименте на ЭВМ.

Результаты исследований и их обсуждение.

1. Технологические аспекты компьютерного синтеза движений спортсмена с заданными кинематическими свойствами на границе фаз моделируемого упражнения.

Фазовый состав упражнения и формализация рабочего положения. Сценарным базисом разработанной компьютерной программы является тезис о выделении в моделируемом упражнении границ его фазового состава и наложении кинематических условий движения на звенья биосистемы на границе фаз.

Введем обозначения. Допустим W – число фаз в исследуемом упражнении, где $W \geq 1$, j – номер граничной позы-положения спортсмена на границе фаз упражнения. Всего таких граничных поз-положений будет S , включая исходное и конечное рабочие положения спортсмена, т.е. $j = 0, \dots, S$; $S=W$. Допустим известно T_k – момент времени в k -й позе, принимаемой спортсменом на границе фаз упражнения и в начальном и конечном рабочих положениях ($k = 0, 1, \dots, S-1$). Тогда h_k – длительность выполнения упражнения между граничными позами находится из выражения

$$h_k = T_{k+1} - T_k, \quad (1)$$

которая определяет продолжительность $k+1$ -й фазы упражнения.

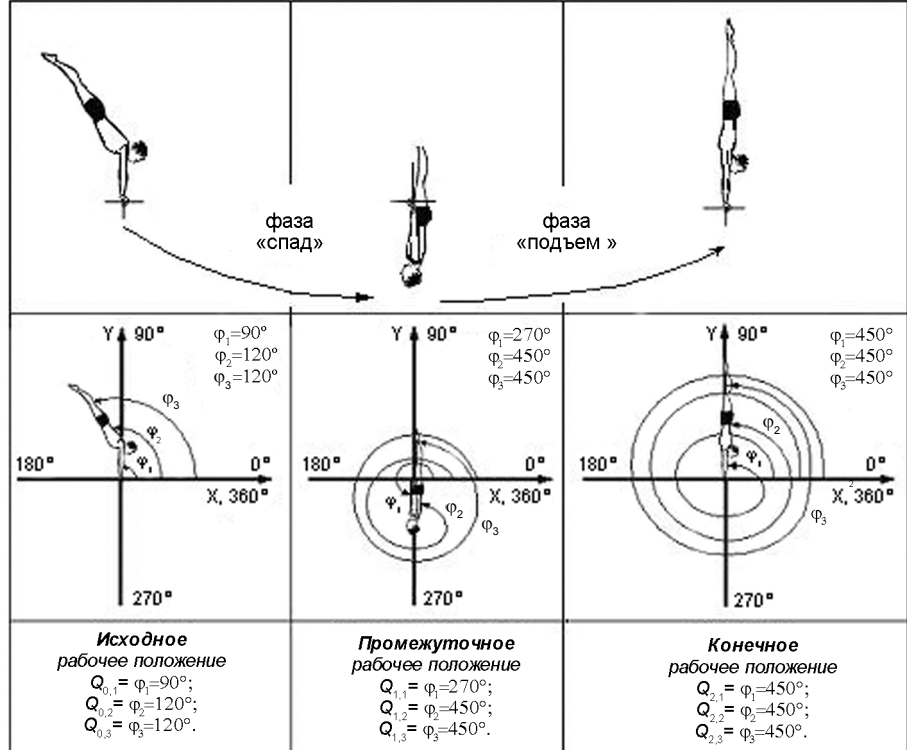


Рисунок 1 – Фазовый состав, границы фаз и рабочие положения гимнаста в обороте назад в стойку на руках на перекладине

Каждому положению звеньев тела спортсмена на границе фаз упражнения будут соответствовать обобщенные координаты биомеханической системы, записываемые в виде φ_i , где φ_i – угол наклона i -го звена биомеханической системы к оси Ox декартовой системы координат Oxy . Для идентификации обобщенных координат, соответствующих границам фаз упражнения, введем двумерный массив $Q_{j,i}$. Здесь j – номер границы фаз упражнения, включая начальное и конечное рабочие положения, i – номер звена биомеханической системы ($i = 1, 2, \dots, N$), N – количество звеньев модели. В физическом плане $Q_{j,i}$ – угол наклона в j -м рабочем положении i -го звена биомеханической системы к оси Ox декартовой системы координат Oxy , принимаемой за внешнюю систему отсчета (рис. 1). На рисунке 1 показано несколько поз-положений спортсмена при выполнении им оборота назад в упоре в стойку на руках на перекладине, принятого в исследовании за модельное упражнение.

В работе [7] показано, что за границы фазового состава гимнастических упражнений целесообразно принимать те позы-положения спортсмена, в которых достигается экстремум управляющих действий гимнаста (максимум или минимум угла сгибания или разгибания в соответствующих суставах). В соответствии с этим, в исследуемом упражнении выделено три границы фаз – исход-

ное, промежуточное и конечное рабочие положения. Перемещение гимнаста от исходного рабочего положения до промежуточного соответствует первой фазе упражнения – «спад». Перемещение гимнаста от промежуточного рабочего положения до конечного рабочего положения называется фазой «подъем» (вторая фаза упражнения).

Исходному рабочему положению гимнаста на перекладине, из которого начинается выполнение оборота назад в упоре в стойку на руках, соответствуют обобщенные координаты, принимающие для звеньев тела спортсмена значения: руки – $\varphi_1=90^\circ$, туловище – $\varphi_2=120^\circ$, ноги – $\varphi_3=120^\circ$ или $Q_{0,1}=\varphi_1$, $Q_{0,2}=\varphi_2$, $Q_{0,3}=\varphi_3$. Здесь следует подчеркнуть, что символ φ_i применяется для обозначения обобщенных координат как на всей траектории биосистемы, так и на границе фаз упражнения, а $Q_{j,i}$ – только для идентификации обобщенных координат на границе фаз упражнения.

В момент прохождения гимнастом вертикального положения под опорой спортсмен принимает положение «вис прогнувшись». Этому положению (промежуточное рабочее положение, см. рис. 1) соответствуют обобщенные координаты: $Q_{1,1}=270^\circ$, $Q_{1,2}=450^\circ$, $Q_{1,3}=450^\circ$. В конечном рабочем положении (рис. 1) гимнаст должен иметь такую ориентацию звеньев тела, которая позволяет ему пройти положение «стойка на руках»: $Q_{2,1}=450^\circ$; $Q_{2,2}=450^\circ$; $Q_{2,3}=450^\circ$.

Кинематическое состояние модели на границе фаз будем описывать триплетом пространственно-временных характеристик $\langle \varphi_i, \dot{\varphi}_i, \ddot{\varphi}_i \rangle$:

φ_i – обобщенная координата i -го звена биомеханической системы, которой на границе фаз упражнения соответствует двумерный аналог $Q_{j,i} = \varphi_i$;

$\dot{\varphi}_i$ – обобщенная скорость i -го звена биомеханической системы, которой на границе фаз упражнения соответствует двумерный аналог $Q_{j,i} = \dot{\varphi}_i$;

$\ddot{\varphi}_i$ – обобщенное ускорение i -го звена биомеханической системы, которому на границе фаз упражнения соответствует двумерный аналог $Q_{j,i} = \ddot{\varphi}_i$.

Управляющие действия спортсмена включают кинематический и динамический компоненты управления движением. Кинематический компонент управляющих действий отражает кинематику сгибательно-разгибательных суставных движений (управляющих движений) в отдельных фазах упражнения – визуально наблюдаемый процесс изменения суставных углов спортсмена при выполнении соревновательных упражнений. Динамический компонент управляющих действий проявляется в величине мышечных усилий, реализующих кинематический компонент управляющих действий. Он не наблюдаем и его величина, оцениваемая в моментах сил, не фиксируется

измерительными приборами. Однако численные значения управляющих моментов мышечных сил, реализующих заданную программу движения, можно определить вычислительными методами на основе расчетных моделей анализа движений биомеханических систем [6].

Кинематический компонент управляющих действий в i -м суставе спортсмена опишем с помощью идентификатора u_i , который для любого момента времени (t) будет определяться величиной угла:

$$u_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i \quad (2)$$

Соответственно \dot{u}_i и \ddot{u}_i будут определять скорость и ускорение кинематического компонента управляющих движений спортсмена:

$$\dot{u}_i = \dot{\varphi}_{i+1} - \dot{\varphi}_i, \quad \ddot{u}_i = \ddot{\varphi}_{i+1} - \ddot{\varphi}_i \quad (3)$$

Уравнения (2, 3) используются в математической модели синтеза движений биомеханических систем для определения кинематического состояния управления на всей траектории биосистемы, в том числе и на границе фаз упражнения. Кроме этого, на границе фаз упражнения (z) целесообразно дополнительно вычислять управление $(\Psi_{0,i}; \Psi_{1,i})$ и его первую $(\dot{\Psi}_{0,i}; \dot{\Psi}_{1,i})$ и вторую $(\ddot{\Psi}_{0,i}; \ddot{\Psi}_{1,i})$ производные в виде:

$$\begin{aligned} \Psi_{0,i} = u_{z,i} = Q_{z,i+1} - Q_{z,i}; & \quad \Psi_{1,i} = u_{z+1,i} = Q_{z+1,i+1} - Q_{z+1,i}; \\ \dot{\Psi}_{0,i} = \dot{u}_{z,i} = \dot{Q}_{z,i+1} - \dot{Q}_{z,i}; & \quad \dot{\Psi}_{1,i} = \dot{u}_{z+1,i} = \dot{Q}_{z+1,i+1} - \dot{Q}_{z+1,i}; \\ \ddot{\Psi}_{0,i} = \ddot{u}_{z,i} = \ddot{Q}_{z,i+1} - \ddot{Q}_{z,i}; & \quad \ddot{\Psi}_{1,i} = \ddot{u}_{z+1,i} = \ddot{Q}_{z+1,i+1} - \ddot{Q}_{z+1,i}; \\ z = 0, 1, \dots, S; \quad i = 1, 2, \dots, N-1, & \end{aligned} \quad (4)$$

где z – номер рабочего положения на границе фаз, включая исходное рабочее положение, для $z+1=S$ – это конечное рабочее положение.

По уравнениям (4) вычисляется программное управление (2) с его производными (3) в отдельных фазах упражнения.

Динамический компонент управляющих действий в физическом плане проявляется в виде моментов мышечных сил. Основная функция моментов мышечных сил – реализация кинематической программы управления движением. В этой связи их часто называют управляющими моментами мышечных сил [5, 6].

2. Механико-математический аппарат, обеспечивающий решение задачи компьютерного синтеза движений спортсмена в отдельных фазах упражнения.

Приведем уравнения движения многозвенной неразветвленной биомеханической системы с жесткими связями в условиях опоры в форме уравнений Лагранжа второго рода:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N A_{ij} \ddot{\varphi}_j \cos(\varphi_j - \varphi_i) - \sum_{j=1}^N A_{ij} \dot{\varphi}_j^2 \sin(\varphi_j - \varphi_i) + \\ + Y_i \cos \varphi_i = M_i - M_{i+1}, \quad i = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (5)$$

где A_{ij} – динамические коэффициенты, учитывающие индивидуальные антропометрические и весовые особенности спортсменов;

Y_i – обобщенные силы;

M_i – управляющие моменты мышечных сил в суставах, записываемые для i -го уравнения системы (5) в виде алгебраической суммы слагаемых $M_i - M_{i+1}$, где $M_{i+1} \neq 0$, если $i < N$ и $M_{i+1} = 0$, если $i = N$. M_1 – момент силы трения [5].

Кинематическое состояние биомеханической системы с учетом (2, 3) можно представить в виде рекуррентной связи:

$$\varphi_{z+1} = \varphi_z + u_z, \quad \dot{\varphi}_{z+1} = \dot{\varphi}_z + \dot{u}_z, \quad \ddot{\varphi}_{z+1} = \ddot{\varphi}_z + \ddot{u}_z. \\ z = 1, 2, 3, \dots, N-1. \quad (6)$$

Наложенная кинематическая связь (6) однозначно определяет любую из обобщенных координат φ_p и ее первую $\dot{\varphi}_p$ и вторую $\ddot{\varphi}_p$ производные через неизвестные значения $\varphi_1, \dot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_1$ опорного звена и программные управления с их производными в отдельных суставах

$$\varphi_p = \varphi_1 + \sum_{z=1}^{p-1} u_z, \quad \dot{\varphi}_p = \dot{\varphi}_1 + \sum_{z=1}^{p-1} \dot{u}_z, \quad \ddot{\varphi}_p = \ddot{\varphi}_1 + \sum_{z=1}^{p-1} \ddot{u}_z. \\ p = 2, 3, \dots, N. \quad (7)$$

Заменим вторые производные от обобщенных координат по времени в системе уравнений (5) их связями в форме (7). Решение будем искать относительно второй производной от первой обобщенной координаты по времени. В окончательном решении получим компактную запись математической модели синтеза движений биомеханических систем

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{M_1 - \sum_{i=1}^N \left[Y_i \cos \varphi_i + \sum_{k=2}^N A_{ik} \sum_{z=2}^k \ddot{u}_z \cos(\varphi_k - \varphi_i) - \sum_{j=1}^N A_{ij} \dot{\varphi}_j^2 \sin(\varphi_k - \varphi_i) \right]}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_{ij} \cos(\varphi_k - \varphi_i)} \rightarrow \quad (8)$$

Полученная модель (8) не имеет аналитического решения и в процессе моделирования движений спортсмена на ЭВМ необходимо использовать численные методы интегрирования уравнения (8). В наших исследованиях использовался метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Шаг интегрирования составлял 10^{-4} с. Для функционирования модели (8) следует уточнить метод построения программного управления в отдельных фазах упражнения с учетом краевых условий, налагаемых на кинематическое состояние биосистемы на границе фаз.

Программное управление в отдельных фазах упражнения построим в виде полинома $\varphi_{(t)}$ четвертой степени с первой $\dot{\varphi}_{(t)}$ и второй $\ddot{\varphi}_{(t)}$

производной по времени t , изменяющегося в диапазоне от $t = t_0 = 0$ до $t = t_1 = h$:

$$\varphi_{(t)} = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4; \\ \dot{\varphi}_{(t)} = b_1 + 2b_2 t + 3b_3 t^2 + 4b_4 t^3; \\ \ddot{\varphi}_{(t)} = 2b_2 + 6b_3 t + 12b_4 t^2. \quad (9)$$

Зададим краевые условия на программное управление: три – на левом конце траектории управляющей функции (для начального момента времени) в форме $\Psi_{0,i}, \dot{\Psi}_{0,i}, \ddot{\Psi}_{0,i}$ и два – на правом конце (для конечного момента времени) в форме $\Psi_{1,i}, \dot{\Psi}_{1,i}$.

Численные значения параметров $\Psi_{0,i}, \Psi_{1,i}$ определяются обобщенными координатами биомеханической системы, заданными для рабочих положений на границе фаз упражнения. Исходя из концепции достижения программным управлением экстремальных значений (максимум или минимум) на границе фаз упражнения, скорость программного управления в этих временных точках всегда будет равной нулю, или $\dot{\Psi}_{0,i} = 0, \dot{\Psi}_{1,i} = 0$. Параметры $\ddot{\Psi}_{0,i}$ зададим, исходя из поставленных условий задачи. Параметры $\dot{\Psi}_{1,i}$ вычисляются в дальнейшем по материалам синтезированного движения, когда определено h_k (1), и они подставляются в качестве исходных данных ускорения программного управления для синтеза следующей фазы упражнения.

Для заданных условий на кинематику программного управления получим 5 уравнений с пятью неизвестными коэффициентами (b_i) полинома $\varphi_{(t)}$ и из полученной системы уравнений определим неизвестные коэффициенты b_i

$$b_0 = \Psi_0; b_1 = \dot{\Psi}_0; b_2 = \frac{\ddot{\Psi}_0}{2}; \\ b_3 = \frac{4(\Psi_1 - \Psi_0)}{h^3} - \frac{(3\dot{\Psi}_0 + \dot{\Psi}_1)}{h^2} - \frac{\ddot{\Psi}_0}{h}; \\ b_4 = \frac{3(\Psi_0 - \Psi_1)}{h^4} + \frac{(2\dot{\Psi}_0 + \dot{\Psi}_1)}{h^3} + \frac{\ddot{\Psi}_0}{2h^2}. \quad (10)$$

Программное управление (9, 10) гарантированно обеспечивает перемещение объекта из начального кинематического состояния с параметрами $\Psi_{0,i}, \dot{\Psi}_{0,i}, \ddot{\Psi}_{0,i}$ в заданное состояние $\Psi_{1,i}, \dot{\Psi}_{1,i}$ за время $h = t_1 - t_0$. В компьютерной реализации синтеза моделируемого упражнения учитывалось, что параметры кинематического состояния управления, определенные для граничной точки фазового перехода, используются в качестве исходных данных для построения управления в следующей фазе упражнения.

3. Компьютерный синтез гимнастических упражнений в вычислительном эксперименте на ЭВМ позволил решить задачу синтеза такого программного управления, которое бы реализовало

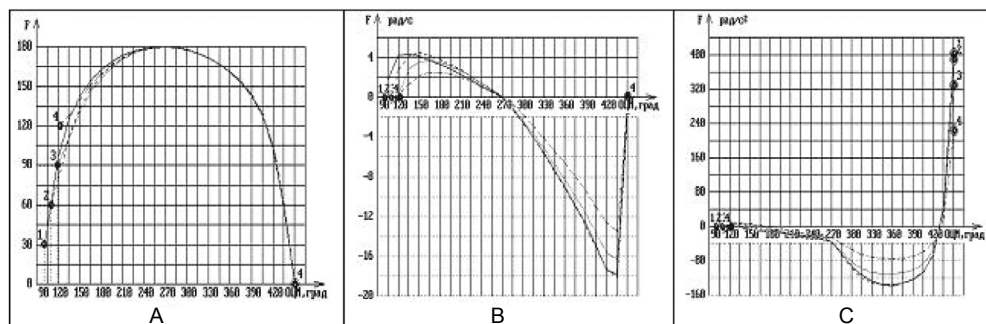


Рисунок 2 – Синтезированное программное управление (А), скорость (В) и ускорение программного управления (С) в плечевых суставах в разных вариантах (1–4) моделируемого упражнения

перемещение гимнаста из различных исходных положений в одно и то же конечное при выполнении модельного упражнения: оборот назад в упоре в стойку на руках на перекладине. Таким образом, в вычислительных экспериментах на ЭВМ решалась задача перевода биомеханической системы из заданного начального кинематического состояния в требуемое по пространственно-временным параметрам конечное состояние в отдельных фазах моделируемого упражнения. Вариации начальных условий движения заключались в изменении исходного рабочего положения для разных вариантов моделирования по обобщенным координатам: 1) $\varphi_1=90^\circ$, $\varphi_2=120^\circ$, $\varphi_3=120^\circ$; 2) $\varphi_1=90^\circ$, $\varphi_2=150^\circ$, $\varphi_3=150^\circ$; 3) $\varphi_1=90^\circ$, $\varphi_2=180^\circ$, $\varphi_3=180^\circ$; 4) $\varphi_1=90^\circ$, $\varphi_2=210^\circ$, $\varphi_3=210^\circ$. Промежуточное рабочее положение для всех вариантов упражнения составляло: $\varphi_1=270^\circ$, $\varphi_2=450^\circ$, $\varphi_3=450^\circ$. И в конечном рабочем положении, моделируемая биосистема должна была приобрести следующую пространственную ориентацию звеньев модели: $\varphi_1=450^\circ$, $\varphi_2=450^\circ$, $\varphi_3=450^\circ$. Во всех вариантах моделируемого упражнения исходная угловая скорость и угловое ускорение звеньев модели и равнялись нулю, т.е. движение начиналось из состояния покоя.

Синтезированные программные управления, решающие поставленную биомеханическую задачу, приведены на рисунке 2.

Таким образом, вычислительные эксперименты на ЭВМ показали плодотворность предлагаемого подхода в построении необходимого управления с заданными свойствами в отдельных фазах упражнения, что обеспечило компьютерный синтез моделируемого упражнения с необходимым кинематическим состоянием модели на границе фаз упражнения.

Выводы

Разработан механико-математический аппарат, обеспечивающий синтез движений биомеханической системы с требуемыми кинематическими свойствами на границе фаз моделируемого упражнения.

Педагогическую задачу совершенствования техники спортивного упражнения можно трансформировать в биомеханическую задачу компьютерного синтеза движений спортсмена с заданными кинематическими свойствами на границе фаз моделируемого упражнения.

Построена компьютерная система, реализующая педагогическую задачу совершенствования технического мастерства спортсмена.

Литература

1. Аркаев Л. Я. Как готовить чемпионов / Л. Я. Аркаев, Н. Г. Сучилин. – М.: Физкультура и спорт, 2004. – 328 с.
2. Гавердовский Ю. К. Техника гимнастических упражнений: попул. учеб. пособие / Ю. К. Гавердовский. – М.: Терра-Спорт, 2002. – 512 с.
3. Гавердовский Ю. К. Обучение спортивным упражнениям. Биомеханика. Методология. Дидактика / Ю. К. Гавердовский – М.: Физкультура и спорт, 2007. – 912 с.
4. Донской Д. Д. Биомеханика с основами спортивной техники / Д. Д. Донской. – М.: Физкультура и спорт, 1971. – 288 с.
5. Загревский В. И. Расчетные модели кинематики и динамики биомеханических систем / В. И. Загревский. – Томск–Могилев, 1999. – 156 с.
6. Загревский В. И. Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном эксперименте на ПЭВМ / В. И. Загревский, Д. А. Лавшук, О. И. Загревский. – Могилев: МГУ им. А. А. Кулешова, 2000. – 190 с.
7. Загревский В. И. Планирование траектории управляющих движений спортсмена в координатах внешнего пространства / В. И. Загревский, В. О. Загревский // Теория и практика физ. культуры. – 2010. – № 10. – С. 56–61.
8. Назаров В. Т. Элементы теоретической гимнастики / В.Т. Назаров // Гимнастика: сб. ст. – М.: Физкультура и спорт, 1975. – Вып. 2. – С. 18–23.

9. *Покатилов А. Е.* Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов, В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук. – Минск: Изд. центр. БГУ, 2008. – 279 с.

References

1. *Arkaev L. Ya.* How to prepare champions / L. Ya. Arkaev, N. G. Suchilin. – Moscow: Fizkultura i sport, 2004. – 328 p.
2. *Gavrdovskii Yu. K.* Technique of gymnastic exercises: popular textbook / Yu. K. Gavrdovskii. – Moscow: Terra-sport, 2002. – 512 p.
3. *Gavrdovskii Yu. K.* Teaching sports exercises. Biomechanics. Methodology. Didactics / Yu. K. Gavrdovskii. – Moscow: Fizkultura i sport, 2007. – 912 p.
4. *Donskoi D. D.* Biomechanics with fundamentals of sports technique / D. D. Donskoi. – Moscow: Fizkultura i sport, 1971. – 288 p.
5. *Zagrevskii V. I.* Estimated models of kinematics and dynamics of biomechanical systems / V. I. Zagrevskii. – Tomsk-Mogilev, 1999. – 156 p.
6. *Zagrevskii V. I.* Development of optimal technique of sport exercises in computational experiment on personal computer / V. I. Zagrevskii, D. A. Lavshuk, O. I. Zagrevskii. – Mogilev: A. Kuleshov Mogilev state university, 2000. – 190 p.
7. *Zagrevskii V. I.* Planning the trajectory of athletes' controlled movements in inner space coordinates / V. I. Zagrevskii, V. O. Zagrevskii // Theory and practice of physical culture. – 2010. – N 10. – P. 56–61.
8. *Nazarov V. T.* Elements of theoretical gymnastics / V. T. Nazarov // Gymnastics: coll. papers. – Moscow: Fizkultura i sport, 1975. – Is.2. – P. 18–23.
9. *Pokatilov A. Ye.* Biodynamic research of sport exercises in elastic foothold / A. Ye. Pokatilov, V. I. Zagrevskii, D. A. Lavshuk. – Minsk: Publ. House of Belarus State University, 2008. – 279 p.

Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова, Могилев
zvi@tut.by

Поступила 25.08.2013